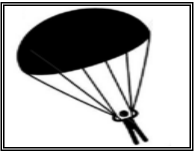
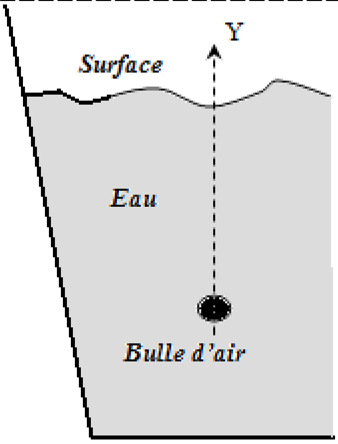


CHIMIE / Unité :4
Evolution temporelle des systèmes mécaniques

Exercices
Mouvement de chute verticale d'un solide

Exercice 1



Une bulle d'air produite par un plongeur au fond d'un lac d'eau calme remonte verticalement à la surface. Cette petite bulle s'est formée sans vitesse initiale à l'origine du temps. Elle possède un volume noté V et un rayon noté *R* tous deux supposés constants durant la remontée. La bulle d'air est soumise, entre autre, à une force de frottement fluide d'intensité $f = k \times v$ avec v la vitesse de la bulle. La masse volumique de l'air sera notée ρ' et celle de l'eau ρ.

1) Préciser la direction, le sens et l'expression de toutes les forces s'exerçant sur la bulle durant sa remontée en fonction de g, V, v, k, ρ' et ρ.
2) Etablir l'équation différentielle régissant la vitesse de la bulle d'air et montrer qu'elle peut se mettre sous la forme : $\frac{dv}{dt} + \frac{1}{\tau} \cdot v = B$. Exprimer τ et B en fonction de g, V, k, ρ' et ρ.
3) Rechercher à l'aide de cette équation différentielle l'expression de la vitesse limite v_L de la bulle en fonction de τ et B. Détailler les explications et les calculs.
4) Déterminer l'expression donnant le rayon *R* de la bulle d'air en fonction de η, v_L, g, ρ' et ρ et calculer ce rayon sachant que la vitesse limite atteinte par la bulle lors de sa remontée est de 15,0 $m \cdot min^{-1}$.
5) La solution de cette équation différentielle peut se mettre sous la forme : $v(t) = \alpha \cdot e^{-\frac{1}{\tau} \cdot t} + \beta$

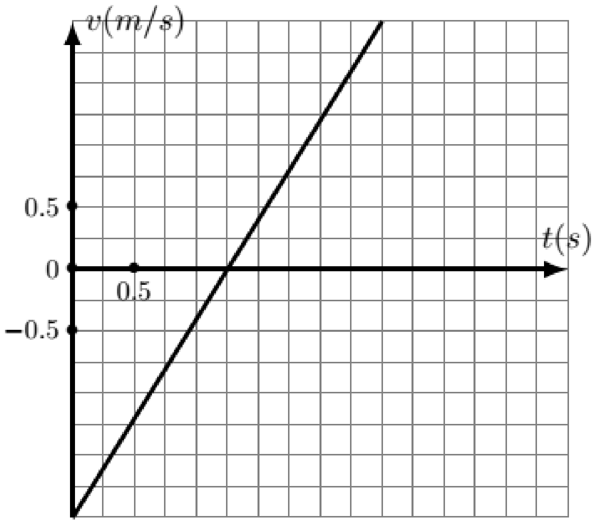
   Montrer que cette solution peut s'écrire : $v(t) = v_L\left(1 - e^{-\frac{1}{\tau} \cdot t}\right)$
6) A l'aide de cette expression de la vitesse en fonction du temps, retrouver, en détaillant le calcul, la valeur initiale de la vitesse de la bulle d'air.
7) Montrer que l'expression de $v(t)$ conduit à la vitesse limite v_L après une durée importante.
8) A l'aide des observations précédentes tracer l'allure de la courbe représentative de $v = f(t)$.
9) Montrer que pour une durée $t = 5 \times \tau$ on peut considérer que la bulle a atteint sa vitesse limite v_L.

Données :

- $k = 6\pi \times \eta \times R$
- viscosité de l'eau $\eta = 1{,}0 \times 10^{-3}$ S.I.
- Intensité du champ de pesanteur $g = 9{,}8\ N \cdot kg^{-1}$
- Masse volumique de l'air : $\rho' = 1{,}3\ kg \cdot m^{-3}$
- Masse volumique de l'eau : $\rho = 1000\ kg \cdot m^{-3}$
- Volume d'une sphère : $V = 4/3 \times \pi \times R^3$

Exercice 2

En exploitant un film réalisé lors d'une mission Appolo, on a enregistré le mouvement vertical du centre d'inertie G d'un solide en chute libre sur la lune . On repère l'évolution de la vitesse v de G au cours du temps suivant un axe vertical orienté vers le bas .



L'exploitation de cet enregistrement conduit au graphique ci-dessous . la date t=0
correspond au début de l'enregistrement .
1. Quelle est la valeur de l'accélération de G lors du mouvement ?
2. Quelle est la valeur de la vitesse initiale ?
3. Dans quel sens le mobile a-t-il été lancé ?
4. Le solide est lancé d'un point dont dont l'abscisse a pour valeur z_0= 0.5m
a. Établir l'expression de la vitesse de G enfonction du temps avec les valeurs numériques précédemment déterminées.
b. Établir ensuite l'expression de l'abscisse z en fonction de temps t .