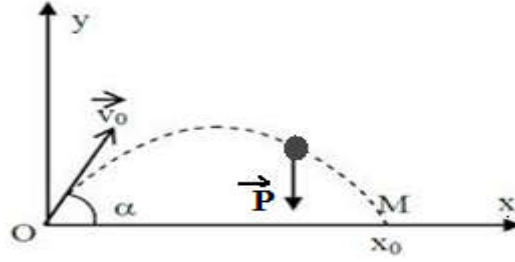


حركة قذيفة في مجال الثقالة المنتظم
Mouvement d'un projectile dans le champ de pesanteur

نقذف كرية فولاذية كتلتها m من نقطة O أصل معلم متعامد منتظم، بسرعة بدئية \vec{v}_0 كما يبين الشكل التالي :



نهمل قوى احتكاك الهواء و دافعة ارخميدس اذن الكرية خاضعة لوزنها \vec{P} فقط .
 \vec{v}_0 في المستوى (O, \vec{i}, \vec{k}) ، أي أن حركة G تتم في (O, \vec{i}, \vec{k}) أي الحركة مستوية.

I- متجهة التسارع

المجموعة المدروسة : القذيفة

القوى المطبقة : \vec{P} وزنها

المعلم : معلم غاليلي $R(O; \vec{i}; \vec{j})$

نطبق القانون الثاني لنيوتن :

$$\begin{cases} \vec{P}_x = m \cdot \vec{a}_x \\ \vec{P}_y = m \cdot \vec{a}_y \end{cases} \quad \text{أي } \vec{P} = m \cdot \vec{a} \text{ نسقط العلاقة على محاور المعلم } R(O; \vec{i}; \vec{j}) \text{ فنحصل على}$$

$$\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases} \quad \text{من الشكل } \begin{cases} 0 = m \cdot a_x \\ -P = m \cdot a_y \end{cases} \text{ نستنتج ان احداثيات متجهة التسارع}$$

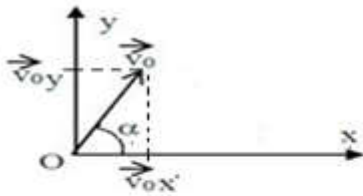
على المحور (O, \vec{i}) حركة G مستقيمة منتظمة $a_x=0$.

على المحور (O, \vec{k}) حركة G مستقيمة متغيرة بانتظام $a_y=cte$.

II- متجهة السرعة اللحظية

عند اللحظة $t=0$

باعتداد الشكل جانبية



$$\begin{cases} v_{0x} = v_0 \cdot \cos(\alpha) \\ v_{0y} = v_0 \cdot \sin(\alpha) \end{cases}$$

عند لحظة t

$$a_y = \frac{dv_y(t)}{dt}$$

$$v_y(t) = \int a_y dt$$

$$v_y(t) = a_y \cdot t + C$$

عند $t=0$ انطلق بسرعة بدئية v_{0y}

$$v_y(t) = a_y \cdot t + v_{0y}$$

$$v_y(t) = -g \cdot t + v_0 \cdot \sin(\alpha)$$

$$a_x = \frac{dv_x(t)}{dt}$$

$$v_x(t) = \int a_x dt$$

$$v_x(t) = a_x \cdot t + C$$

عند $t=0$ انطلق بسرعة بدئية v_{0x}

$$v_x(t) = a_x \cdot t + v_{0x}$$

$$v_x(t) = v_0 \cdot \cos(\alpha)$$

III- المعادلات الزمنية للحركة

$$\frac{dy(t)}{dt} = v_y$$

$$y(t) = \int v_y(t) dt = \int (a_y \cdot t + v_{0y}) dt$$

$$y(t) = \frac{1}{2} \cdot a_y \cdot t^2 + v_{0y} \cdot t + C'$$

عند $t=0$ انطلق الجسم من موضع y_0

$$y(t) = \frac{1}{2} \cdot a_y \cdot t^2 + v_{0y} \cdot t + y_0$$

$$y(t) = -\frac{1}{2} g \cdot t^2 + v_0 \cdot \sin(\alpha) \cdot t$$

$$\frac{dx(t)}{dt} = v_x(t)$$

$$x(t) = \int v_x(t) dt = \int (a_x \cdot t + v_{0x}) dt$$

$$x(t) = \frac{1}{2} \cdot a_x \cdot t^2 + v_{0x} \cdot t + C'$$

عند $t=0$ انطلق الجسم من موضع x_0

$$x(t) = \frac{1}{2} \cdot a_x \cdot t^2 + v_{0x} \cdot t + x_0$$

$$x(t) = v_0 \cdot \cos(\alpha) \cdot t$$

VI - معادلة المسار

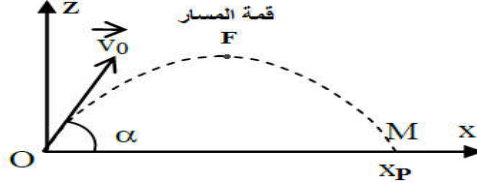
هي العلاقة بين احداثيتي مركز قصور القذيفة للحصول عليها، نقصي t بين تعبير x و y

من معادلة الخاصة بالافصول x نحدد تعبير t فنجد : $t = \frac{x}{v_0 \cdot \cos(\alpha)}$

نعوض في تعبير y فنحصل على معادلة معادلة المسار التالية : $y(t) = -\frac{1}{2}g \cdot \frac{x^2}{[v_0 \cdot \cos(\alpha)]^2} + \tan(\alpha) \cdot x$ نستنتج ان المسار عبارة عن شلجم

V - قمة المسار

تعريف هي أعلى نقطة يصلها مركز قصور القذيفة



خاصيات عامة عند قمة المسار F

- تتوقف القذيفة على المحور (Oy) اي : $\left(\frac{dy(t)}{dt}\right)_F = v_y(F) = 0$ (في هذه الحالة تستغل المعادلات الزمنية)
- F نقطة انعطاف للدالة $y=f(x)$ و منه $\left(\frac{dy}{dx}\right)_F = 0$ (في هذه الحالة تستغل معادلة المسار)

طريقة 2

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)_F = 0 = -g \cdot \frac{x_F}{[v_0 \cdot \cos(\alpha)]^2} + \tan(\alpha).$$

بحل المعادلة نجد :

$$x_F = \frac{v_0^2 \cdot \sin(2\alpha)}{2 \cdot g}$$

نعوض في معادلة المسار :

$$0 = -\frac{1}{2}g \cdot \frac{x_F^2}{[v_0 \cdot \cos(\alpha)]^2} + \tan(\alpha) \cdot x_F$$

نجد

$$y_F = \frac{v_0^2 \cdot \sin^2(\alpha)}{2 \cdot g}$$

طريقة 1

$$0 = -g \cdot t_F + v_0 \cdot \sin(\alpha)$$

المدة الزمنية اللازمة لوصول القذيفة قيمة المسار هي :

$$t_F = \frac{v_0 \cdot \sin(\alpha)}{g}$$

احداثيات قيمة المسار :

$$\begin{cases} x_F = v_0 \cdot \cos(\alpha) \cdot t_F \\ y_F = -\frac{1}{2}g \cdot t_F^2 + v_0 \cdot \sin(\alpha) \cdot t_F \end{cases}$$

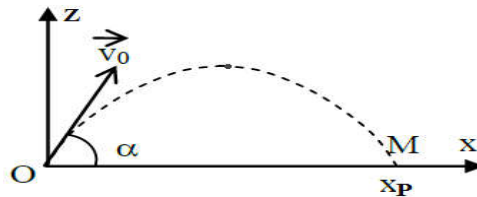
نستنتج :

$$x_F = \frac{v_0^2 \cdot \sin(2\alpha)}{2 \cdot g}$$

$$y_F = \frac{v_0^2 \cdot \sin^2(\alpha)}{2 \cdot g}$$

VI - المدى

هو المسافة بين الموضع G_0 لمركز قصور القذيفة لحظة انطلاقها، والموضع P للنقطة G أثناء سقوط القذيفة، بحيث P تنتمي للمحور الأفقي الذي يشمل G_0



عند سقوط الجسم على المحور (Ox) فإن $Z_P = 0$

طريقة 1

$$0 = -\frac{1}{2}g \cdot t_P^2 + v_0 \cdot \sin(\alpha) \cdot t_P$$

المدة الزمنية اللازمة لوصول القذيفة قيمة المسار هي :

$$t_F = 2 \cdot \frac{v_0 \cdot \sin(\alpha)}{g}$$

نعوض :

$$y_P = -\frac{1}{2}g \cdot t_P^2 + v_0 \cdot \sin(\alpha) \cdot t_P$$

نستنتج :

$$x_P = \frac{v_0^2 \cdot \sin(2\alpha)}{g}$$

طريقة 2

$$-g \cdot \frac{x_P^2}{[v_0 \cdot \cos(\alpha)]^2} + \tan(\alpha) \cdot x_P = 0$$

بحل المعادلة نجد :

$$x_P = \frac{v_0^2 \cdot \sin(2\alpha)}{g}$$