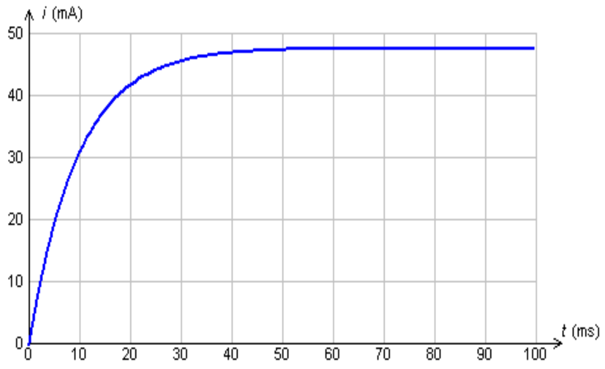
سلسلة تمارين الدارة RL

تمرين 1 : نقوم بتتبع تطور تغير التيار الكهربائي في دارة RL بدلالة الزمن، فنحصل على المبيان التالي:



1 – أرسم الدارة الكهربائية التي تمكننا من انجاز هذا التتبع.

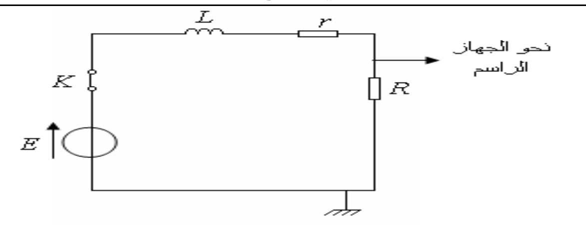
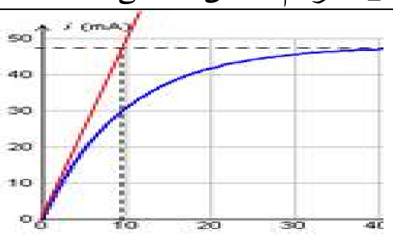
2 – أرسم المماس للمنحنى عند اللحظة $t = 0$. استنتج قيمة ثابتة الزمن τ الخاص بهذه الدارة.

3 – أوجد من المبيان اللحظة التي يصل فيها التوتر إلى 63% من قيمته القصوى.

4 - إذا علمت أن قيمة القوة الكهرمحركة الكهربائية للمولد هي $E = 5V$، أحسب مقاومة الدارة R_t.

5 – استنتج معامل تحريض الوشيعة L.

حل التمرين

1 – الدارة الكهربائية التي تسمح لنا بالحصول على هذا المنحنى هي:	2 – رسم المماس للمنحنى عند اللحظة $t = 0$
	 نقرأ من المنحنى: $\tau = 10ms$

3 – القيمة القصوى التي تصل إليها شدة التيار الكهربائي في الدارة (النظام الدائم) هي: $47{,}6mA$

اللحظة التي توافق 63% من هذه القيمة تقرأ على المبيان عند $\frac{63}{100} \times 47{,}6 = 30mA$ اللحظة التي توافق هذه القيمة هي: $t = 10ms$.

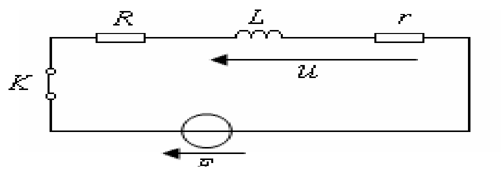
4 – في النظام الدائم تتصرف الوشيعة كسلك حسب قانون بويي نكتب: $i = \frac{E}{R_t}$.

و منه نجد: $R_t = \frac{E}{i} = \frac{5}{47{,}6.10^{-3}} = 105\ \Omega$

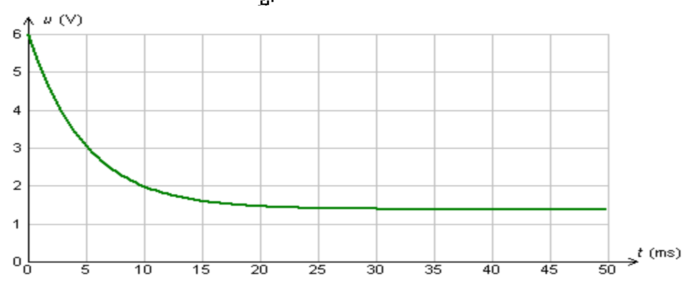
5 – نعلم أن ثابتة الزمن للدارة هي: $\tau = \frac{L}{R_t}$ و منه نجد: $L = 105 \times 10.10^{-3} = 1{,}05H$

تمرين 2 : نعتبر الدارة الكهربائية و المكونة من :

- مولد للتوتر المستمر قوته المحركة الكهربائية $E = 6V$.
- موصل أومي مقاومة $R = 50\Omega$
- الوشيعة (L,r)



بتقنية مسك المعطيات تمكنا من رسم المبيان جانبه و الذي يمثل تغير التوتر بين مربطي الوشيعة بدلالة الزمن :



1 – استنتج من المنحنى ثابتة الزمن τ الخاص بالدارة RL.

2 – أعط تعبير τ بدلالة L, r, R. بين أن ثابتة الزمن له بعد زمني.

3 – استنتج من المقدار τ قيمة المعامل تحريض L.

حل التمرين

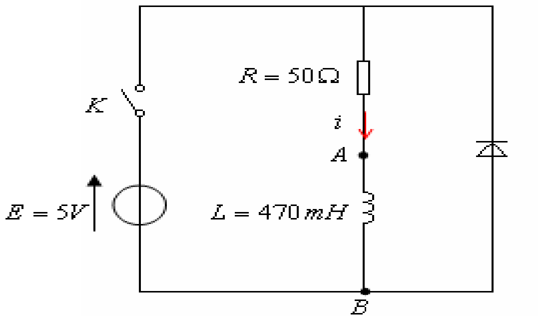
1 – نرسم المماس للمنحنى عند اللحظة فنجد : $\tau = 5ms$

2 – تعبير ثابتة الزمن هي: $\tau = \frac{L}{R_t}$

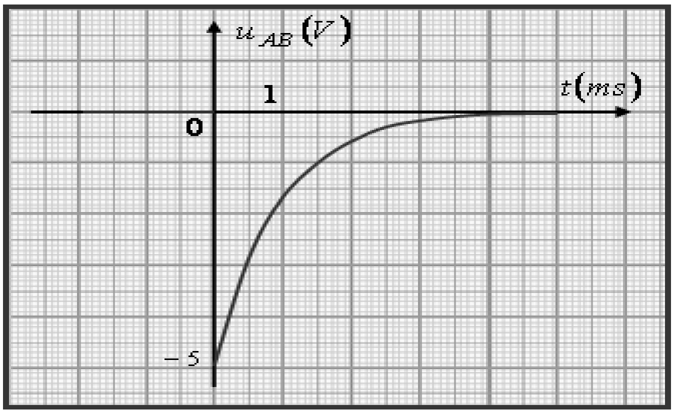
لدينا $u = L\frac{di}{dt}$ و u=R.i نستنتج ان $[\tau] = [L]\frac{[i]}{[R]} = [u]\frac{[t]}{[i]}\frac{[i]}{\frac{[u]}{[i]}} = [t]$

3 – قيمة المعامل تحريض الوشيعة هي: $L = \tau \times R_t = 5.10^{-3} \times 65 = 0{,}32H$

تمرين 4 : ننجز الدارة الكهربائية المبينة على الشكل:



1 – نعتبر أن قاطع كان مغلق مند وقت طويل.
أعط تعبير شدة التيار الكهربائي I_0 بدلالة مميزات التركيب. أحسب هذه القيمة.
2 – أعط تعبير الطاقة التي اختزنتها الوشيعة ثم أحسب قيمتها.
3 – في لحظة نعتبرها اصلا للتواريخ $t = 0$ نفتح لقاطع التيار K.
أ - اوجد المعادلة التفاضلية التي يحققها شدة التيار الكهربائي المار في الدارة.
ب - تأكد أن حل المعادلة التفاضلية هو : $i(t) = \frac{E}{R} e^{-\frac{R}{L}t}$
جـ - استنتج تعبير $u_{AB}(t)$.



4 – بواسطة راسم التذبذب نعاين تغير التوتر $u_{AB}(t)$:
أ - بين أن شكل المنحنى يوافق المعادلة المستخرجة في السؤال 3-جـ.
ب - لتعيين قيمة ثابتة الزمن لثنائي القطب RL نتبع الطريقة التالية:
ليكن t_1 هي اللحظة التي يزداد فيها التوتر u_{AB} بـ 10% بالنسبة لقيمته اللبدئية و اللحظة t_2 هي اللحظة التي يصل فيها التزايد إلى 90% من القيمة البدئية.
أعط ،بدلالة ثابتة الزمن τ ، زمن الصعود الذي نرمز له بـ $t_m = t_2 - t_1$.
جـ - استنتج قيمة ثابتة الزمن τ ثم قارن هذه القيمة مع القيمة التي تحسب انطلاقا من L و R

حل التمرين

1 – تعبير شدة التيار الكهربائي في الدارة تعطى بالعلاقة: $I_0 = \frac{E}{R}$ ت ع : $I_0 = \frac{5}{50} = 0{,}1A$

2 – تعبير الطاقة التي تتلقاها الوشيعة هي: $E_{bob} = \frac{1}{2}LI_0^2$ ت ع : $E_{bob} = \frac{1}{2}\times 0{,}47 \times 0{,}1^2 = 2{,}4.10^{-3}J$

3 – أ - الصمام في هذه الحالة يسمح بمرور التيار الكهربائي
بتطبيق قانون اضافيات التوترات على الدارة التي تحتوي على الصمام ، الوشيعة و المقاومة نجد: $u_{AB} + u_R = 0$
ومنه نكتب: $L\frac{di}{dt} + Ri = 0$ و منه نجد: $\frac{L}{R}\frac{di}{dt} + i = 0$

3 – ب - لتأكد من أن المعادلة تقبل الحل المقترح، نعوض في المعادلة التفاضلية:

$$\frac{di}{dt} + \frac{R}{L}i = \frac{d\left(\frac{E}{R}e^{-\frac{R}{L}t}\right)}{dt} + \frac{R}{L}\frac{E}{R}e^{-\frac{R}{L}t} = 0 \quad \text{اذن} \quad -\frac{E}{R}\frac{R}{L}e^{-\frac{R}{L}t} + \frac{E}{L}e^{-\frac{R}{L}t} = 0$$

جـ - تعبير $u_{AB}(t)$ تكون: $u_{AB}(t) = L\frac{di}{dt}$ و منه نجد: $u_{AB}(t) = -Ee^{-\frac{t}{\tau}}$ مع $\tau = \frac{L}{R}$

4 – أ- المنحنى الذي حصلنا عليه يوافق دالة من الشكل : $u_{AB}(t) = -Ee^{-\frac{t}{\tau}}$
في اللحظة الصفر يكون التوتر سالبا و لما $t \to \infty$ يؤول التوتر بين مربطي الوشيعة إلى القيمة صفر.

4 – ب -

في اللحظة t_1 يكون التوتر بين مربطي الوشيعة قد زاد بـ 10%، هذا يعني أن قيمته عند هذه اللحظة تمثل : $u_{AB} = -90\%E = -0{,}9.E = -Ee^{-\frac{t_1}{\tau}}$ أي $0{,}9 = e^{-\frac{t_1}{\tau}}$ و هو ما يؤدي إلى $t_1 = -\tau Ln\,0{,}9$	في اللحظة t_2 يصل التوتر إلى 90% من التزايد، هذا يعني أن قيمته عند هذه اللحظة هي $u_{AB} = -10\%E = -0{,}1.E = -Ee^{-\frac{t_2}{\tau}}$ أي $0{,}1 = e^{-\frac{t_2}{\tau}}$ و هو ما يؤدي إلى $t_2 = -\tau Ln\,0{,}1$

زمن الصعود يكون: $t_2 - t_1 = \tau(Ln0{,}9 - Ln0{,}1)$ و هو ما يؤدي إلى: $t_m = t_2 - t_1 = 2{,}18\ \tau$

4 – جـ - من المبيان نجد: $t_m = t_2 - t_1 = 21ms$ و منه تكون قيمة ثابتة الزمن: $\tau = \frac{21}{2{,}18} = 9{,}6ms$

القيمة الحسابية لثابتة الزمن تعطى: $\tau = \frac{L}{R} = \frac{0{,}47}{50} = 9{,}4.10^{-3}s = 9{,}4ms$ و هو ما يتفق مع القيمة المبياني