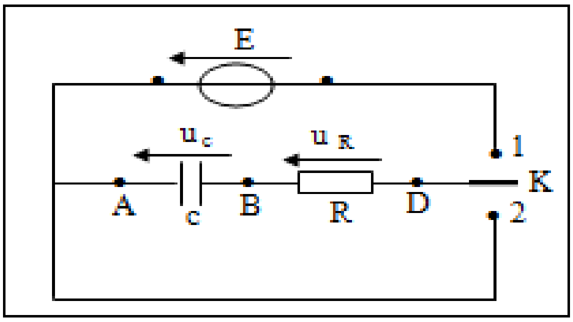
تمارين ثنائي القطب R ;C

تمرين 1

نعتبر الدارة الكهربائية في الشكل جانبه و التي تتكون من :



- **موصل اومي مقاومته : $R= 20\ K\Omega$**
- **قاطع التيار ذو موضعين**
- **مكثف سعته C**

المكثف غير مشحون بدائيا ، نؤرجح قاطع التيار الى الموضع 1 عند لحظة نعتبرها اصلا للتواريخ t =0

1- ماذا يحدث للمكثف ؟

2- بواسطة راسم التذبذب نعاين التوتر بين مربطي المكثف $u_c(t)$

أ - مثل راسم التذبذب على الدارة .

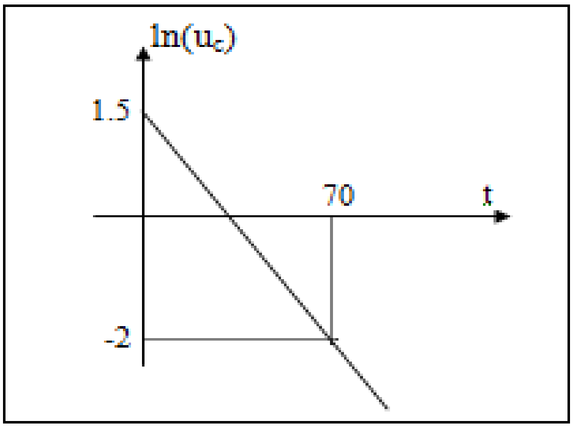
ب- مثل كيفيا المبيان المحصل عليه على شاشة راسم التذبذب

3- عندما يشحن المكثف كليا، نؤرجح قاطع التيار الى الموضع 2 عند لحظة نعتبرها اصلا للتواريخ t =0

أ- بين أن المعادلة التفاضلية أثناء التفريغ هي : $\alpha\ \dfrac{du_C(t)}{dt}. + u_c(t) = 0$

ماذا يمثل α وما هي وحدتها ؟

ب- بين أن : $u_C(t) = E.\ e^{-t/\alpha}$ هو حل للمعادلة التفاضلية السابقة



4- يمثل المبيان جانبه تغيرات $\ln(u_c)$ بدلالة الزمن t

أ- أكتب المعادلة الرياضية لهذا المبيان

ب- أوجد قيمة ثابتة الزمن τ

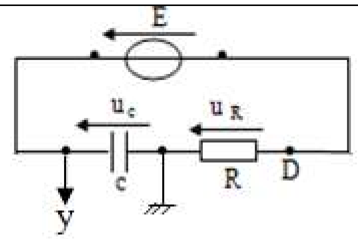
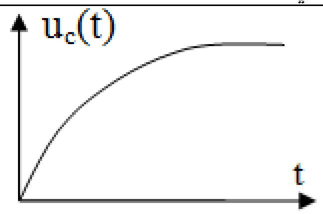
جـ- أحسب c قيمة سعة المكثف

د – حدد قيمة E القوة الهرمحركة للمولد

الحل --

1- قاطع التيار في الموضع 1 المكثف يشحن

-2

أ- تمثيل راسم التذبذب	جـ- المنحنى المبياني المحصل عليه
	

3/ أ- ايجاد المعادلة التفاضلية للدارة RC

$$u_c + u_R = 0 \Leftrightarrow u_c + R.i = 0 \quad \text{مع} \quad i = C.\frac{du_c}{dt}$$

$$R.C.\frac{du_c}{dt} + u_c = 0 \quad \text{أي} \quad \alpha\,\frac{du_C(t)}{dt}. + u_c(t) = 0$$

بالمقارنة نجد أن : $\alpha = RC = \tau$ يمثل ثابتة الزمن للدارة RC بقاس بالثانية

ب- نعوض الحل في المعادلة

لدينا $u_C(t) = E.\ e^{-t/\alpha}$ اذن $\dfrac{du_C(t)}{dt} = -\dfrac{E}{\alpha}.\ e^{-t/\alpha}$ نعوض فنجد $-\alpha.\dfrac{E}{\alpha}.\ e^{-t/\alpha} + \dfrac{E}{\alpha}.\ e^{-t/\alpha} = 0$

المعادلة التفاضلية وبالتالي $u_C(t) = E.\ e^{-t/\alpha}$ هو حل للمعادلة

4/ أ- المعادلة الرياضية للبيان : $\ln(u_c) = a\ t + b$ حيث a يمثل الميل

ب- من الدراسة النظرية لدينا : $u_C(t) = E.\ e^{-t/\alpha}$ $\ln(u_c) = -\dfrac{1}{\alpha}.t + \ln E$ بالمقارنة نجد $-\dfrac{1}{\alpha} = -5.10^{-2}$ بالتعويض العددي نجد

أن $\alpha = \tau = 20s$

ج – لدينا $RC = \tau = 20s$ وبالتالي يكون $c = 1.10^{-3}\ F$

د- من خلال المعادلة الخاصة بالمبيان نجد ان $LnE = 1,5$ اذن $E = 5V$

تمرين 2

بواسطة مولد للتوتر المستمر قوته المحرك الكهربائية $E = 9V$ نشحن مكثف سعته $C = 3{,}3\mu F$ عبر موصل أومي مقاومته $R = 100K\Omega$

1 – أعط تعبير ثابتة الزمن τ لهذه الدارة و بين أن ثابتة لها بعد زمني

2 – أحسب قيمة ثابتة الزمن τ.

3 – ما هي قيمة التوتر الكهربائي بين مربطي المكثف بعد 5 ثواني من غلق قاطع التيار.

4 – ما هي قيمة شدة التيار الكهربائي في الدارة بعد 5 ثواني من غلق قاطع التيار.

الحل --

1 – تعبير ثابتة الزمن هي: $\tau = RC$

لنبين أن τ *لها بعد زمني*

لدينا $u=R.i$ *و* $q=C.u_C$ *و* $i = \frac{dq}{dt}$

$$\tau = [R][C] = \frac{[u]}{[i]}\frac{[q]}{[u]} = \frac{[i]\times[t]}{[i]} = [t]$$

2 – لنحسب قيمة ثابتة الزمن بحساب المقدار RC

$$\tau = RC = 100.10^3 \times 3{,}3.10^{-6} = 0{,}33s = 330ms$$

4 – قيمة التوتر الكهربائي 5 ثواني بعد غلق قاطع التيار

المكثف في حالة شحن : $u_C = E\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) = 9 \times \left(1 - e^{-\frac{5}{0{,}33}}\right) = 9V$

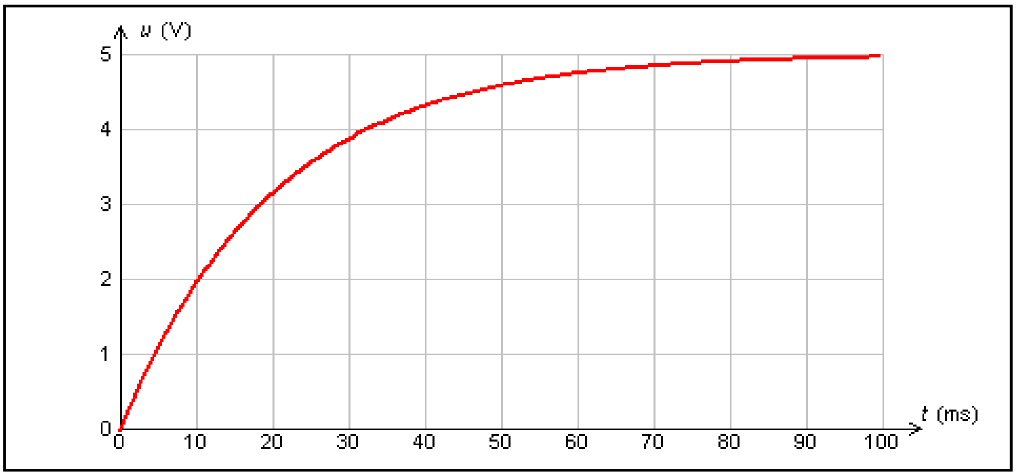
5 – بما أن التوتر الكهربائي بين مربطي المكثف أصبح يساوي قيمة التوتر الذي يطبقه المولد على المكثف هذا يعني أن شدة التيار الكهربائي في الدارة أصبحت منعدمة.

تمرين 3

نعتبر الدارة الكهربائية في الشكل جانبه و التي تتكون من :

- **مولد قوته الكهرمحركة** $E = 5V$
- **موصل اومي مقاومته :** $R = 1000\Omega$
- **قاطع التيار**
- **مكثف سعته C**

المكثف غير مشحون بدائيا ، نغلق قاطع التيار عند لحظة نعتبرها اصلا للتواريخ t =0، يمثل الشكل تغيرات التوتر الكهربائي بين مربطي مكثف بدلالة الزمن.



1 – أرسم الدارة مبينا عليها راسم التذبذب لمعاينة التوتر بين مربطي المكثف.

2 – أوجد المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر بين مربطي المكثف.

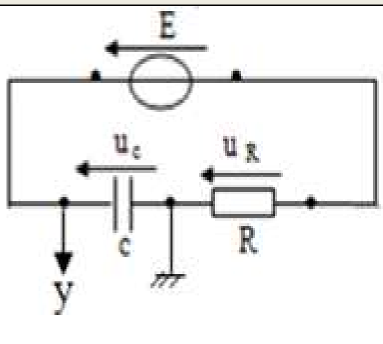
3 – أعط تعبير حل هذه المعادلة.

4 – استنتج من المبيان قيمة ثابتة الزمن τ **لثنائي القطب** RC.

5 – استنتج سعة المكثف.

الحل --

1 – تركيب الدارة: الشكل جانبه



2 – المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر بين مربطي المكثف:

بتطبيق قانون اضافيات التوترات على هذه الدارة نجد:

$$u_C + u_R = E$$

و منه نكتب:

$$u_C + RC\frac{du_C}{dt} = E$$

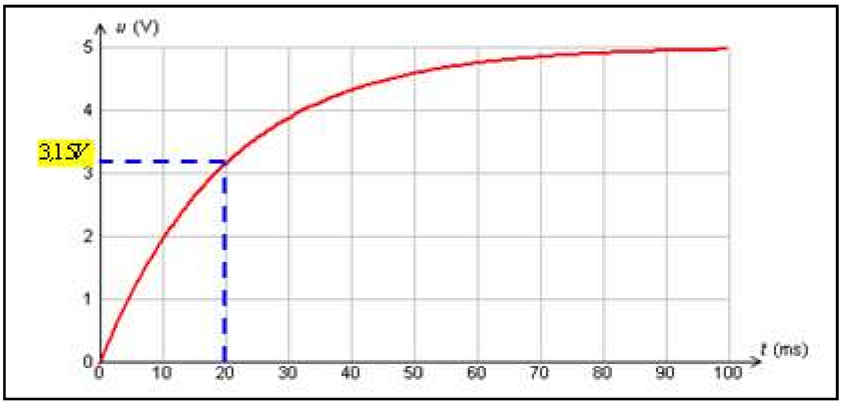
مع $\tau = RC$ *ثابتة الزمن*

3 – تقبل هذه المعادلة حلا من الشكل: $u_C = \left(A + B.e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$

لنحدد تعبير A بالتعويض $\frac{du_C}{dt} = -\frac{B}{\tau}.e^{-\frac{t}{\tau}}$ أي $A + B.e^{-\frac{t}{\tau}} - RC\frac{B}{\tau}.e^{-\frac{t}{\tau}} = E$ نستنتج ان $A=E$

لنحدد تعبير B بالشروط البدئية عند $t=0$ لدينا $u_c(0)= E + B.e^0 = 0$ اذن $B=-E$ اذن تعبير التوتر $u_C = E\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$

4 – نعوض في حل المعادلة التفاضلية $t = \tau$ فنجد: $u_C = 0{,}63E = 0{,}63 \times 5 = 3{,}15V$



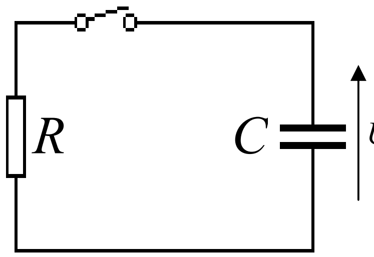
نبحث في المنحنى عن اللحظة التي يكون فيها التوتر بين مربطي المكثف يساوي هذه القيمة فنجد: $\tau = 20ms$

5 – لدينا: $\tau = 20ms = RC$ و منه نجد: $C = \frac{\tau}{R} = \frac{20.10^{-3}}{1000} = 2.10^{-5}\,F$

تمرين 4

نعتبر الدارة الكهربائية في الشكل جانبه و التي تتكون من :

- **موصل اومي مقاومته : $R = 100\Omega$**
- **قاطع التيار**
- **مكثف سعته $C = 56\mu F$ مشحن بدئيا التوتر بين مربطيه $U = 4{,}0V$،**



في اللحظة $t = 0$ نغلق قاطع. ؟

1 – أوجد المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر u_C بين مربطي المكثف.

3 – تأكد أن المعادلة $u_C = Ee^{-\frac{t}{\tau}}$ حلا للمعادلة التفاضلية.

4 – أعط تعبير الطاقة المخزنة بالمكثف بدلالة الزمن .

5 – أحسب قيمة هذه الطاقة عند $t = \tau$ ثم عند $t = 10ms$

الحل --

1 – قيمة التوتر u_C بين مربطي المكثف عند اللحظة $t = 0$ هي: $u_C = 4{,}0V$

2 – بتطبيق قانون العروة على هذه الدارة نجد: $u_C + u_R = 0$

و منه نكتب: $u_C + RC\frac{du_C}{dt} = 0$ و نعوض بعد ذلك $\tau = RC$ فنصل إلى النتيجة التالية: $\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{\tau}u_C = 0$

3 – نعوض الحل المقترح في المعادلة التفاضلية فنجد $\frac{d\left(Ee^{-\frac{t}{\tau}}\right)}{dt} + \frac{1}{\tau}Ee^{-\frac{t}{\tau}} = 0$ اي $-\frac{1}{\tau}Ee^{-\frac{1}{\tau}} + \frac{1}{\tau}Ee^{-\frac{1}{\tau}} = 0$:

نلاحظ أن الحل المقترح يحقق المعادلة التفاضلية.

4 – تعبير طاقة المكثف $E_e = \frac{1}{2}C.[u_c]^2$ مع $u_C = Ee^{-\frac{t}{\tau}}$ نستنتج $E_e = \frac{1}{2}C.\left[Ee^{-\frac{t}{\tau}}\right]^2$

5 – قيمة الطاقة المخزنة بالمكثف عند $t = \tau$ هي: $Ee = 6{,}1.10^{-5}\,J$

قيمة الطاقة المخزنة بالمكثف عند $t = 0{,}01s$: $E_e = 1{,}3.10^{-5}\,J$